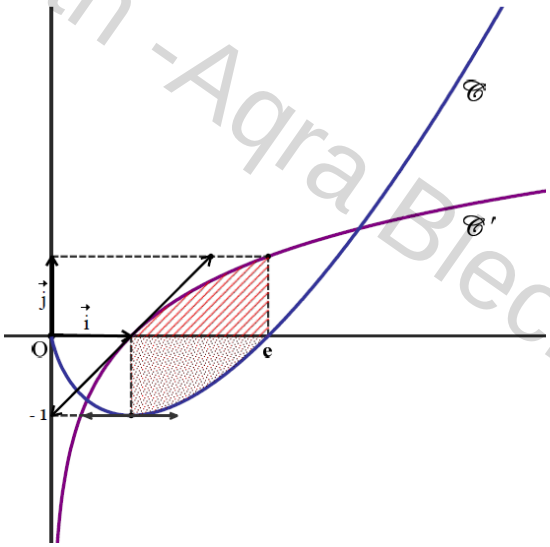
EXERCICE N°1 — 6points

Dans l'annexe ci-jointe, on a représenté dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, les courbes respectives $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ des fonctions f (définie sur $[0,+\infty[$) et g (définie sur $]0,+\infty[$).

1) Chacune des courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$, admet une branche parabolique, une de direction $(O,\vec{j})$ et l'autre de direction $(O,\vec{i})$. A l'aide de ces données et par une lecture graphique donner :
   a) $f(1)$, $f(e)$, $g(1)$, $g(e)$, $f'(1)$, $g'(1)$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{g(x)}{x}$
   b) La position de chacune de $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ par rapport à l'axe des abscisses
2) On admet que $g(x)=a\ln x+b$ pour tout $x>0$ où a et b des constantes réelles
   a) Exprimer en fonction de a et b, $g(1)$ et $g(e)$
   b) En déduire que g est la fonction logarithme népérienne
3) On admet que $f(x)=x(c\ln x+d)$ pour tout $x>0$ où c et d des constantes réelles
   a) Exprimer en fonction de c et d, $f(1)$ et $f(e)$
   b) En déduire que f est définie sur $[0,+\infty[$ par $\begin{cases}f(0)=0\\ f(x)=x\ln x-x\text{ , si }x>0\end{cases}$
4) a) Etudier la continuité et la dérivabilité de f à droite en 0. Préciser alors la demi-tangente à $\mathscr{C}$ en O
   b) Etudier la variation de f sur $[0,+\infty[$
5) Soient $\mathscr{A}$ et $\mathscr{A}'$ les aires des parties du plan limitées respectivement par $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ d'une part et par les droites d'équations : $x=1$, $x=e$ et $y=0$ d'autre part.
   a) Calculer $\mathscr{A}'$
   b) Montrer par une intégration par parties que $\int_1^e x\ln x\,dx=\dfrac{e^2+1}{4}$
   c) En déduire la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-1} de $\mathscr{A}$. Comparer alors $\mathscr{A}$ et $\mathscr{A}'$.



Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn

Tous droits réservés © TakiAcademy.com